Contenido

Le	eyes de Kirchhoff		
	Diferencia de potencial	2	
	Intensidad de Corriente Eléctrica	3	
	Densidad de Corriente	4	
	Resistencia eléctrica	5	
	Conductancia eléctrica	5	
	Resistividad	5	
	Resistores	7	
	Código de colores	8	
	Fuerza electromotriz	9	
	Potencia eléctrica	10	
	Resistencias en serie y en paralelo	11	
	Partes de un circuito eléctrico	13	
	Rama	13	
	Malla:	13	
	Nodo:	13	
	Leyes de Kirchhoff	14	
	Estrategias para la solución de problemas	18	

Leyes de Kirchhoff

Diferencia de potencial

Recordemos que la energía potencial de un cuerpo es la energía asociada a su posición. Cuando dicho cuerpo se desplaza de un lugar a otro, existe una diferencia de energía potencial, ya que ésta cambia cuando el cuerpo se coloca en una posición diferente a la que tenía anteriormente.

Lo mismo ocurre con las cargas eléctricas. Cuando una carga eléctrica está en un sitio, posee energía potencial. Cuando la carga cambia de posición, también cambia la energía potencial. A dicho cambio se le conoce como **Cambio de energía potencial.**

Para un desplazamiento finito de una carga del punto A al punto B, la diferencia de potencial está representada con la siguiente expresión

$$\Delta U = U_R - U_A$$

 U_B : Energía potencial de la carga en el punto B[J]

 U_A : Energía potencial de la carga en el punto A[J]

 ΔU : Cambio de energía [J]

La diferencia de potencial V_B - V_A entre los puntos A y B se define como el cambio de energía potencial que existe en cada unidad de la carga.

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q_o}$$

 q_o : Valor de la carga [C]

Recordemos que la energía es la capacidad de un cuerpo para realizar un trabajo. Bajo este concepto, podemos definir la diferencia de potencial como el trabajo por unidad de carga que debe realizar alguna fuente externa para mover la carga de un sitio a otro sin que se modifique su energía cinética.

Las unidad de la diferencia de potencial en el SI es el volt [V], el cuál se obtiene de dividir una unidad de energía entre cada unidad de carga

$$1\left[V\right] = \frac{1\left[J\right]}{1\left[C\right]}$$

Intensidad de Corriente Eléctrica

La intensidad de corriente eléctrica es un flujo de cargas eléctricas del mismo signo que siempre está en movimiento, las cuales se mueven perpendicularmente a un área superficial A. La razón que representa la corriente promedio que circula en un área transversal es la siguiente:

$$I_p = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

 I_p : Corriente promedio

 ΔQ : VIntervalo de cargas

 Δt : Intervalo de tiempo

Esta razón nos representa la cantidad de cargas que fluyen en una superficie fija en un intervalo de tiempo. Si la rapidez con que fluye la carga varía con el tiempo, la corriente también varía en el tiempo. A esta corriente se le denomina **corriente instantánea**, I, la cuál se representa con la siguiente expresión

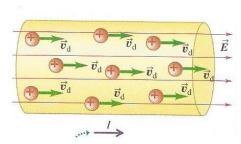
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

La unidad de la corriente eléctrica en el SI es el ampere [A], donde

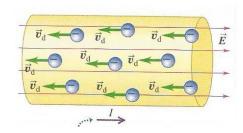
$$1\left[A\right] = \frac{1\left[C\right]}{1\left[s\right]}$$

En decir, 1 ampere es igual a 1 coulomb que pasa a través de la superficie en 1 segundo. La unidad Ampere es muy grande, por lo que en la práctica con frecuencia se utilidad unidades más pequeñas como un miliampere (1 [mA]=0.001 [A]) y un microampere (1[μ A]=10⁻⁶ [A]). En un ser humano, 100 [mA] pueden ocasionarle un daño irreversible e incluso la muerte.

Por convención, se establece que la dirección de la corriente es la que establece el flujo de cargas positivas. En un **conductor convencional** (material que no se opone al paso de cargas)la corriente se debe al flujo de electrones, por lo que la dirección de la corriente será opuesta a la dirección del flujo de éstas cargas negativas



Corriente debida a cargas positivas



Corriente debida a cargas negativas

Densidad de Corriente

La densidad de corriente se define como la corriente que circula por unidad de área [m²] a través de una superficie transversal. La expresión matemática que la representa se muestra a continuación. Sin embargo, dicha expresión es válida solamente cuando la corriente que circula es uniforme en toda la superficie (Es decir, circula la misma cantidad de corriente en todos los puntos de dicha superficie)

$$J = \frac{I}{A} = \frac{Intensidad \ de \ Corriente \ [A]}{\text{Área de la sección transversal } [m^2]}$$

En el SI, la unidad de la densidad de corriente es $\left[\frac{A}{m^2}\right]$

Recordemos que el campo eléctrico $\bf E$ en un punto del espacio está definido como la Fuerza eléctrica que actúa sobre una carga de prueba colocada en ese punto y dividida entre la magnitud de la carga de prueba $\bf q_o$

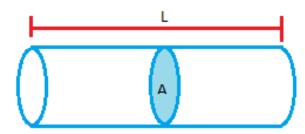
$$E = \frac{F}{q_o} \left[\frac{N}{C} \right]$$

Una densidad de corriente y un campo eléctrico se establecen en un conductor cuando una diferencia de potencial se mantiene a través de ese conductor. Si la diferencia de potencial es constante, la corriente eléctrica dentro del conductor también lo es. Por lo tanto, existe proporcionalidad entre la densidad de corriente y el campo eléctrico presente. La expresión que relaciona a estas magnitudes físicas es la siguiente:

$$J = \sigma E$$

La constante de proporcionalidad σ se llama **Conductividad** del conductor. Esta conductividad es la capacidad que tienen los materiales para dejar pasar la corriente eléctrica. Los materiales que se ajustan a la expresión anterior se dice que siguen la **Ley de Ohm.** Dicha Ley enuncia lo siguiente

"Existen materiales (sobre todo los metales) en los cuales, la razón de la densidad de corriente al campo eléctrico es una constante, σ , la cuál es independiente al campo eléctrico que produce la corriente. Dichos materiales son denominados óhmicos"



La forma más práctica de considerar un conductor es mediante un alambre con una longitud L y un área de sección transversal A. Una diferencia de potencial crea una corriente y un campo eléctricos constantes. La relación entre la diferencia de potencial y el campo

eléctrico en el conductor es la siguiente

$$V = V_B - V_A = EL$$

La magnitud de la densidad de corriente en el alambre se expresa como

$$J = \sigma E = \sigma \frac{V}{L}$$

Como J=I/A, la diferencia de potencial se escribe como

$$V = \frac{L}{\sigma} J = \left(\frac{L}{\sigma A}\right) I$$

Resistencia eléctrica

La cantidad que relaciona la corriente eléctrica con la diferencia de potencial del conductor se denomina Resistencia eléctrica

$$R = \frac{V}{I} = \frac{L}{\sigma A}$$

La resistencia es la oposición que presenta un material al paso de electrones. La unidad de la resistencia en el SI es el ohm $[\Omega]$

$$1\left[\Omega\right] = \frac{1\left[V\right]}{1\left[A\right]}$$

Conductancia eléctrica

El inverso de la resistencia eléctrica es la Conductancia eléctrica (G) cuya unidad en el SI es el siemen (S)

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{V}$$

La relación del siemen, se determina con la siguiente expresión

1
$$[S] = \frac{1}{1[\Omega]} = \frac{1[A]}{1[V]}$$

No confundir Conductancia con conductividad. La conductividad es la capacidad que tiene un conductor para ceder los electrones y la conductancia es el paso de los electrones.

Resistividad

La resistividad es el inverso de la conductividad y se define como la capacidad de un material de oponerse al paso de la corriente eléctrica

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

De igual manera, no se debe confundir la resistencia y la resistividad. La Resistividad es la capacidad que tiene un material para resistir el flujo de electrones y la resistencia es la oposición de los electrones. Estas cantidades se relacionan con la siguiente expresión:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Las unidades de la resistividad son ohm-metro $[\Omega \bullet m]$. Todos los materiales poseen una resistividad que depende de las propiedades del material y de la temperatura. La expresión que relaciona la resistividad en función de los cambios de temperatura se representa con la siguiente expresión:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

En esta expresión, ρ es la resistividad del material a una temperatura T. ρ_0 es la resistividad de una temperatura de referencia T₀ (Usualmente 20 [°C]) y α se llama coeficiente de temperatura de la resistividad, el cual está dado por la siguiente expresión:

$$\alpha = \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0}$$

En la siguiente tabla, se presenta una tabla que relaciona la resistividad y el coeficiente de temperatura α de algunos materiales

Material	Resistividad ^a (Ω·m)	Coeficiente de temperatura $\alpha [(^{\circ}C)^{-1}]$
Plata	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nicromo ^b	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbón	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio	640	-75×10^{-3}
Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$	10,712
Caucho duro	≈ 10 ¹³	
Azufre	1015	
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}	

a Todos los valores están a 20°C.

Aleación de níquel-cromo comúnmente utilizado en elementos calefactores.

Como vimos anteriormente, la resistencia está relacionada con la resistividad. Por lo tanto, la resistencia del material también puede presentar variaciones con respecto a la temperatura. La expresión que nos permite calcular la resistencia de un material en función de su variación de temperatura es la siguiente:

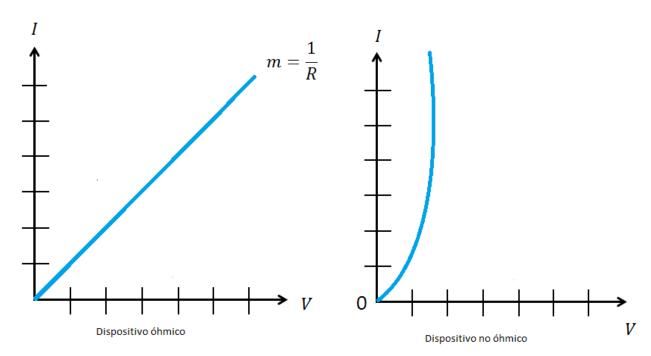
$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Resistores

Existen materiales óhmicos que tienen una relación lineal entre la diferencia de potencial (Llamada también como Tensión eléctrica o Voltaje) y la corriente. A dicha relación lineal se le conoce como Relación de Ohm, la cuál, se representa con la siguiente expresión

$$R = \frac{V}{I}$$

Si realizamos una gráfica que relacione al voltaje y a la corriente, observaremos que la pendiente

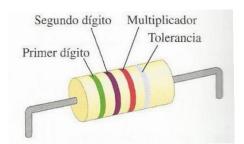


es la Conductancia del material. Su inverso, sería la resistencia.

Aquellos materiales que no cumplen esta relación, se denominan materiales no óhmicos. Los semiconductores (como el diodo o el transistor) no tienen una relación lineal entre el voltaje y la corriente.

Código de colores

Existe un dispositivo que cumple la Relación de Ohm, el cuál, está diseñado para tener un valor predefinido de resistencia entre sus terminales. A dichos dispositivos se les denomina resistores. La apariencia y el símbolo con el que se representan se muestran a continuación:





Existe un código de colores que nos permite identificar la resistencia que posee el circuito. La siguiente tabla nos muestra el valor asociado a cada uno de los colores

Color	Número	Multiplicador	Tolerancia
Negro	0	1	
Café	1	10	
Rojo	2	100	
Naranja	3	1000	
Amarillo	4	10 000	
Verde	5	100 000	
Azul	6	1 000 000	
Violeta	7	10 000 000	
Gris	8	100 000 000	
Blanco	9	1 000 000 00	
Oro		0.1	5%
Plata		0.01	10%
Sin color			20%

En una resistencia, las primeras dos bandas forman un número. En el diagrama, observamos que el primer color es verde. El color que le corresponde es el 5. El segundo color es violeta, al cual le corresponde el 7. Entonces, el número que se forma de las dos primeras franjas es el 57. El tercer color, nos indica el valor por el cual hay que multiplicar el número formado. En ejemplo, el color es rojo, que le corresponde el 100 (en la columna del multiplicador). Por lo tanto, el 57 se multiplica por 100 y el valor resultante es la resistencia nominal.

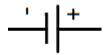
En una resistencia existen dos valores, el **valor nominal** (Valor teórico) y **valor real** (Variación que presenta la resistencia teórica debido a factores externos como temperatura, material, etc.). La variación que puede presentar el valor nominal debido a los factores externos se le denomina como **Tolerancia**, la cual se indica con la cuarta banda. Para nuestro ejemplo, la cuarta banda, de color plata, nos indica que tiene una tolerancia del 10 %, es decir, que el valor real de la resistencia puede variar en diez por ciento de valor teórico

 $Valor\ real = Valor\ teórico \pm 10\% (Valor\ teórico)$

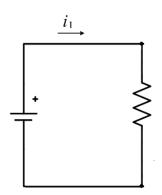
Fuerza electromotriz

Para que un conductor tenga una corriente eléctrica, debe forma parte de un **circuito cerrado.** En dicho circuito, debe existir un dispositivo que impulse a los electrones para que exista una corriente eléctrica. A dicho dispositivo se le conoce como fuerza electromotriz (FEM). Su unidad es el volt (V). Algunos ejemplos de FEM son las fuentes de alimentación, las baterías, los generadores, entre otros.

El símbolo que se emplea para representar una **fuente de FEM** es el siguiente:



El signo nos representa cuál es la terminal que tiene más potencial y cuál es la que tiene menos. Un ejemplo de un circuito cerrado completo se representa en el siguiente diagrama.



Observamos que las terminales de la resistencia estás conectadas directamente a las terminales de la fuente. Eso quiere decir que ambos dispositivos tienen la misma diferencia de potencial (o voltaje). Además, también circula la misma corriente puesto que la trayectoria que siguen los electrones es única.

Potencia eléctrica

La potencia eléctrica es la energía consumida en cada unidad de tiempo. En una FEM, se puede calcular la potencia que suministra con la siguiente expresión

$$P = VI$$

Para este circuito, despreciando la resistencia que pudiera existir en los conductores y en las terminales del resistor, la potencia suministrada por la fuente es la misma que la que recibe el dispositivo.

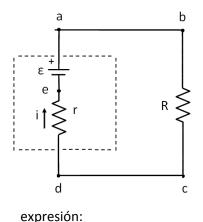
La Potencia eléctrica en el resistor puede determinarse con las siguientes expresiones

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

La unidad de la potencia es el watt [W]. En la práctica, la potencia recibida en el resistor es menor a la que suministra la fuente. Esto se debe a que intervienen algunos elementos (como los conductores o las terminales del resistor) que disipan en forma de calor una pequeña porción de la potencia proporcionada por la fuente. Eso se debe a que los electrones de la corriente eléctrica chocan con las superficies de los conductores, generando fricción y por lo tanto, calor. A este fenómeno se le conoce como **Efecto Joule.**

Teóricamente, la diferencia de potencial existente entre las terminales de la batería sería igual a la FEM de la batería. Sin embargo, como las baterías reales siempre tienen alguna resistencia interna r, el voltaje de las terminales no es el mismo de la FEM de la batería. La resistencia R, generalmente se denomina **Resistencia de carga**

El siguiente diagrama muestra de forma gráfica la resistencia interna que existe en la batería



La corriente que circula en el circuito se calcula con la siguiente expresión:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

A partir de esto, se puede obtener la diferencia de potencial que entrega la FEM antes de la resistencia interna

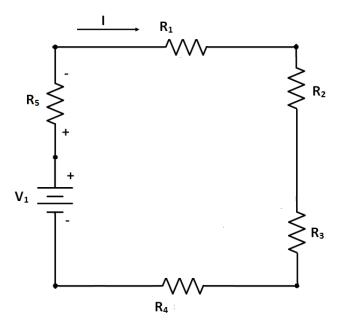
$$\varepsilon = I(R+r)$$

La potencia entregada por la fuente se obtiene con la siguiente

$$P = I^2R + I^2r$$

Eso quiere decir que parte de la potencia entregada se disipa en forma de calor en la resistencia interna de la fuente r y el resto se disipa en la resistencia de carga R. Si R>>r, se puede despreciar la resistencia interna y toda la potencia entregada por la batería es transferida a la resistencia de carga.

Resistencias en serie y en paralelo



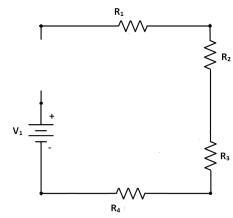
Cuando dos o más resistencias están conectadas juntas de tal forma que sólo tienen un punto en común, se dice que están en serie. Observamos que la corriente que circula por ellas es la misma, ya que sólo existe una trayectoria por la cual circulan todos los electrones. Sin embargo, la diferencia de potencial es diferente, ya que la suma de los voltajes de cada resistencia es igual a la diferencia de potencial que entrega la fuente.

Eso quiere decir que podemos reducir todas las resistencias conectadas en serie de tal forma que tengamos una resistencia equivalente en la cual, circule la misma corriente y conserve el voltaje entregado por la fuente.

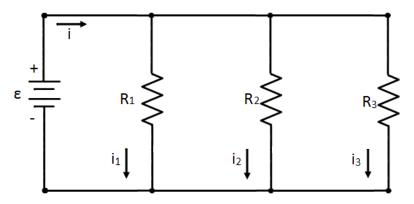
La expresión para calcular la resistencia equivalente de un conjunto de resistencias conectadas en serie se muestra a continuación:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

La resistencia equivalente se obtiene a partir de la suma de cada una de las resistencias individuales. Por lo tanto, la resistencia equivalente siempre va a ser mayor que cualquiera de las resistencias individuales. Si una de las resistencias falla, el resto del circuito deja de funcionar, ya que éste se comporta como circuito abierto. Esto ocurre debido a que la trayectoria al romperse, interrumpe el flujo de electrones eliminando la posibilidad de que exista alguna corriente.



Otra configuración que pueden presentar las resistencias es la **Conexión en Paralelo.** En este modo, las terminales de las resistencias están conectadas a un mismo nodo en común. Por lo tanto, la diferencia de potencial que existe en éstas es la misma. Sin embargo, la corriente es



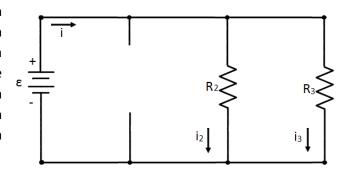
diferente, debido a que ésta se divide a través de las dos trayectorias que se presentan.

De la misma forma que las resistencias en serie, existe una expresión que nos permite determinar una resistencia equivalente de tal forma que la corriente y

el voltaje entregados por la fuente se conserve. Dicha expresión es la siguiente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

La resistencia equivalente siempre será menor a la resistencia más pequeña conectada en paralelo. Observamos que si una resistencia deja de funcionar, el resto del circuito sigue funcionando. Eso se debe a que, a pesar de que la trayectoria del conductor quedó abierta, existen otras trayectorias por las cuales puede circular la corriente



Partes de un circuito eléctrico

Ahora que ya conocemos los elementos básicos de cualquier circuito eléctrico (Voltaje, Corriente, fem y Resistencia de carga) es importante conocer las partes más básicas de un circuito que nos facilitarán el análisis de éstos. Dichos elementos son:

Rama

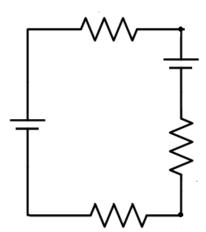
Es un conjunto de elementos conectados en serie. Las terminales de la rama comienzan y terminal



en puntos diferentes.

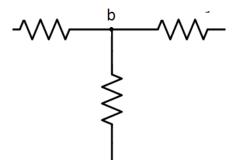
Malla:

Es una trayectoria cerrada que inicia y termina en el mismo punto

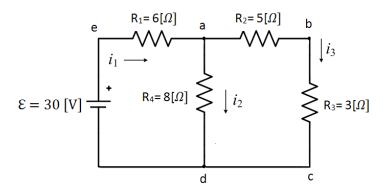


Nodo:

Es la unión de dos o más ramas en un mismo punto



En el siguiente circuito podemos identificar algunos de estos elementos:



Rama: ejemplo {e a}

Nodo: ejemplo {a}

Malla: ejemplo {a, b, c, d}

Leyes de Kirchhoff

Para analizar las corrientes y los voltajes de los elementos de un circuito se emplean dos leyes denominadas **Leyes de Kirchhoff.** Éstas son:

1. **Ley de nodos:** La suma de las corriente que entran por un nodo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen del mismo nodo

$$\sum I_{entran} = \sum I_{salen}$$

2. **Ley de voltajes:** La suma de los voltajes de todos los elementos de una malla debe ser cero.

$$\sum V=0$$

Para facilitar la suma de los elementos, conviene polarizarlos, ya que con el signo determinaremos si alguna corriente o voltaje se suma o se resta.

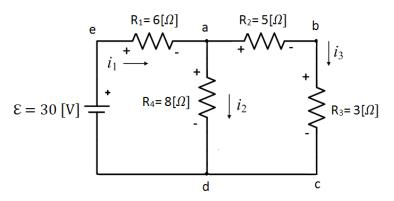
La Ley de nodos se basa en el **Principio de conservación de la carga** ya que la misma corriente que llega a un punto debe salir de ese mismo punto. La ley de voltajes se basa en el **Principio de conservación de la energía.**

Para polarizar cada elemento, a una terminal se le asigna el signo + y a la otra el signo -. Es recomendable asignar todos los signos positivos del mismo lado de los elementos para que todos estén polarizados de forma correcta. Por ejemplo, si la primer resistencia de un circuito se polariza de tal forma que el signo + se asigna a la terminal que está antes del elementos, el resto de los componentes se debe polarizar de tal forma que el signo + esté antes de que la corriente entre a éstos. Si por el contrario, la primera resistencia se polarizar de tal forma que el signo positivo se asigna a la terminal por donde sale la corriente, el resto de los elementos debe polarizarse de la misma forma.

Para determinar todas las corrientes de un nodo, basta con observar cuáles corrientes salen y la suma de estas igualarlas con la suma de las corrientes que entran. Para el circuito anterior, tomando como base el nodo a, observamos que la corriente I₁ entra y las corrientes I₂ e I₃ salen. Por lo tanto, la ecuación en ese nodo quedaría representada de la siguiente forma

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Por otro lado, polarizando las resistencias, tenemos lo siguiente



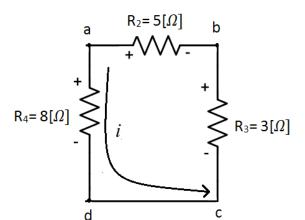
Observamos que las resistencias se polarizaron de tal forma que el signo positivo quedó del lado en el que entra la corriente para cada una de las resistencias. A partir de eso, podemos determinar la ecuación de voltajes que existe en cada malla. Para formar dicha ecuación, se considera que por la malla circula una sola corriente. Esta consideración se hace momentáneamente para poder determinar la ecuación. Esto no quiere decir que se eliminen las corrientes reales que circulan por dicha malla.

En seguida se consideran los siguientes puntos:

- El signo del voltaje de cada elemento es el signo que antes de que la corriente entre por dicho elemento.
- El signo del voltaje que tiene cada elemento es el signo que está después de que la corriente sale por dicho elemento.

Para construir la ecuación de una malla se debe tomar en cuenta una de las dos consideraciones, pero no se deben tomar en cuenta las dos al mismo tiempo, ya que las expresiones obtenidas serían erróneas.

Para este ejemplo, la malla II (Formada por los puntos a b c d) sería la siguiente:



Como mencionó principio, se al suponemos aue circula momentáneamente una sola corriente "i". Esta suposición la hacemos únicamente para determinar la ecuación de voltajes de la malla. Considerando el signo que tienen los elementos antes de que la corriente circule por ellos, los voltajes de dichos elementos son:

$$+V_{R4}$$
 $-V_{R3}$
 $-V_{R2}$

Sumando los voltajes, la ecuación obtenida en la malla es la siguiente:

$$V_{R4} + V_{R2} + V_{R3} = 0$$

En cada elemento resistivo se puede aplicar la **Relación de ohm**. Volviendo al circuito original, la relación entre voltajes y corrientes de cada uno de los elementos con la resistencia es la siguiente:

$$V_{R1} = I_1 R_1$$

$$V_{R4} = I_2 R_4$$

$$V_{R2} = I_3 R_2$$

$$V_{R3} = I_3 R_3$$

Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones de las leyes de Kirchhoff podemos generar un sistema de ecuaciones que nos permitan encontrar el valor de las variables buscadas (pueden ser corrientes o voltajes según sea el caso)

El número de ecuaciones que se deben generar, debe ser el mismo que el de las variables a encontrar. El número límite de ecuaciones que se debe generar para cada ley es el siguiente:

- 1. Para la ley de nodos: Se debe generar n-1 ecuaciones donde n es el número de nodos totales del circuito
- 2. Para la ley de mallas: Se puede establecer el número que se desee de ecuaciones, siempre y cuando entre éstas aparezcan distintos elementos

Estrategias para la solución de problemas

- 1. Dibujar el circuito y asignarle etiquetas y símbolos a todas las cantidades conocidas y desconocidas (Fuentes de alimentación, resistores, corrientes, voltajes, etc.). Se debe asignar una dirección a la corriente en cada parte del circuito. No hay que preocuparse si la dirección es correcta o no, ya que el resultado tendrá signo negativo indicando que la dirección es contraria, sin embargo la magnitud de la corriente será la correcta. Una vez asignadas, se deben respetar rigurosamente cuando se apliquen las reglas de kirchoff.
- 2. Enseguida se aplica la Ley de Nodos en cada uno de los nodos junto con las corrientes de entrada y salida de cada nodo.
- 3. Aplicar la Ley de Voltajes de Kirchhoff a tantas mallas como sean necesarias para calcular las variables. Al determinar las ecuaciones de los voltajes, se debe tener cuidado con los signos de la diferencia de potencial de cada uno de los elementos
- 4. Resolver el sistema de ecuaciones. Podemos emplear la Relación de Ohm para facilitar su resolución

Bibliografía

- Serway A., Raymond. "Física TOMO II". McGRAW-HILL. Tercera edición. México 1994.
- Sears, Zemansky, Young y Freedman. "Física Universitaria volumen 2". Addison Wesley. Undécima edición. Junio 2013.